

HƯỚNG DẪN HỌC TẬP:

- [1] Học sinh nghiên cứu trước ở SGK (Đại số & Giải tích 11) từ trang 18 đến trang 26;
- [2] Huy động lại kiến thức về cung góc và giá trị lượng giác ở lớp 10;
- [3] Thảo luận với các bạn cùng lớp và giáo viên về các phương trình lượng giác cơ bản;
- [4] “Chốt” kiến thức trọng tâm và ghi nhớ;
- [5] Thảo luận & Ghi chép cẩn thận các bài giải của bài tập mẫu do giáo viên hướng dẫn;
- [6] Làm các bài tập tự luận, bài tập trắc nghiệm được giao.

Bài 2 - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

1. Phương trình: $\sin x = m$ (1)

➤ Nếu: $|m| > 1 \Rightarrow$ Phương trình (1) vô nghiệm

➤ Nếu: $|m| \leq 1 \Rightarrow \exists \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] : \sin \alpha = m$

$$(1) \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Chú ý: * Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \sin \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết $\alpha = \arcsin m$.

*Các trường hợp đặc biệt:

1. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

2. $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$

3. $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$

2. Phương trình: $\cos x = m$ (2)

➤ Nếu: $|m| > 1 \Rightarrow$ phương trình (2) vô nghiệm

➤ Nếu: $|m| \leq 1 \Rightarrow \exists \alpha \in [0; \pi] : \cos \alpha = m$, (2) $\Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Chú ý: * Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} 0 \leq \alpha \leq \pi \\ \cos \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết $\alpha = \arccos m$.

* Các trường hợp đặc biệt:

$$1. \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad 2. \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi \quad 3. \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

3. Phương trình: $\tan x = m$ (3)

Với $\forall m \in \mathbb{R}, \exists \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) : \tan \alpha = m$ Khi đó (3) $\Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$.

Chú ý: * Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \tan \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết $\alpha = \arctan m$.

* Các trường hợp đặc biệt:

$$1. \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad 2. \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad 3. \tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi$$

4. Phương trình: $\cot x = m$ (4)

Với $\forall m \in \mathbb{R}, \exists \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) : \cot \alpha = m$, Khi đó (4) $\Leftrightarrow \cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$.

Chú ý: * Nếu α thỏa mãn $\begin{cases} -\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2} \\ \cot \alpha = m \end{cases}$ thì ta viết $\alpha = \operatorname{arccot} m$.

* Các trường hợp đặc biệt:

$$1. \cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad 2. \cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad 3. \cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Ghi nhớ:

$$\begin{aligned}
 1) \sin u = \sin v &\Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) & 2) \cos u = \cos v &\Leftrightarrow u = \pm v + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \\
 3) \tan u = \tan v &\Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k\pi \\ u, v \neq \frac{\pi}{2} + n\pi \end{cases} \quad (k, n \in \mathbb{Z}) & 4) \cot u = \cot v &\Leftrightarrow \begin{cases} u = v + k\pi \\ u, v \neq n\pi \end{cases} \quad (k, n \in \mathbb{Z})
 \end{aligned}$$

Chú ý:

- ✍ Trên thực tế, ta còn gặp những phương trình mà trong đó có sử dụng đơn vị đo góc là độ. Khi đó ta sử dụng kí hiệu số đo độ trong công thức nghiệm, chẳng hạn ta viết $x = a^0 + k.360^0$.
- ✍ Ta quy ước nếu không có giải thích gì thêm trong phương trình lượng giác không sử dụng đơn vị đo góc là độ thì mặc nhiên ẩn số là số đo radian của góc lượng giác.

Dạng 1. Phương trình cơ bản**A. BÀI TẬP MẪU**

Ví dụ 1. Học sinh xem Ví dụ 1; Ví dụ 2, Ví dụ 3, Ví dụ 4 ở SGK:

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau:

$$\begin{aligned}
 a) \sin x = \sin \frac{\pi}{8} & \quad b) \tan(3x - 30^\circ) = -1 & c) \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\
 d) \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} & \quad e) \sin x = \frac{1}{4} & f) \cos(x + 3) = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Hướng dẫn giải

$$a) \sin x = \sin \frac{\pi}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{8} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{8} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$$

$$b) \cot(3x - 30^\circ) = -1$$

$$DK: \sin(3x - 30^\circ) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 10^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

$$PT \Leftrightarrow 3x - 30^\circ = -45^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow 3x = -15^\circ + k180^\circ \Leftrightarrow x = -5^\circ + k60^\circ, (k \in \mathbb{Z}).$$

Các câu còn lại giải tương tự (Hs tự làm)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sin(x - 60^\circ) = \frac{1}{2}$

b) $\sin 2x = -1$

c) $\cos(x - 2) = \frac{2}{5}$

d) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

e) $\cos(2x + 50^\circ) = \frac{1}{2}$

f) $\cot\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

g) $\tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{8}$

h) $\cot\left(\frac{x}{3} + 20^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

i) $\tan 2x = \tan \frac{2\pi}{7}$

C. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sin 3x + \sin 5x = 0$

b) $\cot 2x \cdot \cot 3x = 1$

c) $(\sin x + 1)(2 \cos 2x - \sqrt{2}) = 0$

d) $(\sin 2x - 1)(\cos x + 1) = 0$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sin^2 x = \frac{1}{4}$

b) $4 \cos^2 x - 3 = 0$

c) $\sin^2 3x - \cos^2 x = 0$

d) $\sin^2(x - 45^\circ) = \cos^2 x$

e) $8 \cos^3 x - 1 = 0$

f) $\tan^2(x + 1) = 3$

D. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 5. Tìm nghiệm thuộc đoạn $[0;14]$ của phương trình: $\cos 3x - 4\cos 2x + 3\cos x - 4 = 0$

Bài 6. Tìm nghiệm thuộc $(0;2\pi)$ của phương trình: $5\left(\sin x + \frac{\cos 3x + \sin 3x}{1 + 2\sin 2x}\right) = \cos 2x + 3$

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TỰ LUYỆN

Câu 1. Công thức nào sau đây là công thức nghiệm của phương trình $\sin x = \sin \alpha$?

- A. $x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 B. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
 D. $x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Tìm nghiệm của phương trình $\sin x = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 C. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình: $\cos 2x = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.
 B. $x = k\pi$.
 C. $x = k2\pi$.
 D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 4. Tìm tất cả giá trị m để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm.

- A. $m \geq 1$.
 B. $-1 \leq m \leq 1$.
 C. $-1 < m < 1$.
 D. $m \leq 1$.

Câu 5. Tìm nghiệm của phương trình $\sin u = \sin v$.

- A. $u = v + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 B. $u = v + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
 C. $\begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = -v + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 D. $\begin{cases} u = v + k2\pi \\ u = \pi - v + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6. Tìm nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$.

- A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.
 B. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$.
 C. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$.
 D. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 7. Tìm nghiệm của phương trình: $\sin x = \frac{1}{2}$.

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}.$$

Câu 8. Tìm nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 2\sin x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \vee x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi.$

Câu 9. Tìm nghiệm của phương trình $2\cos\frac{x}{2} + \sqrt{3} = 0$.

A. $x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi.$

B. $x = \pm\frac{5\pi}{3} + k4\pi.$

C. $x = \mp\frac{\pi}{3} + k4\pi.$

D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi.$

Câu 10. Tìm m để phương trình $\cos 3x = m + 1$.

A. $-1 \leq m \leq 1.$

B. $-2 \leq m \leq 0.$

C. $-4 \leq m \leq 2.$

D. $m \leq 0.$

Câu 11. Tìm nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 12. Nghiệm phương trình: $1 + \tan x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi.$

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 14. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $3\sin x = 1.$

B. $\tan 3x = 2.$

C. $\cot 5x = 3.$

D. $\cos 2x = \frac{2\pi}{3}.$

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3\tan x = 0$ là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

